ПРИНЦИП СОГЛАСОВАНИЯ, ОСНОВАННЫЙ НА ИНФОРМАЦИИ О СРАВНИТЕЛЬНОЙ ВАЖНОСТИ МНЕНИЙ ЭКСПЕРТОВ (ПРАВИЛО ИВМ), МЕТОД ШУЛЬЦА

Алексеев Н.С., Садов В.Л.
Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)
Россия, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4
sadovvladimir5999@gmail.com

Статья посвящена принципам согласования для задач группового выбора. Рассмотрены классические принципы, метод Шульца, а так же принцип, основанный на информации о сравнительной важности мнений экспертов.

Ключевые слова: групповой выбор, принципы согласования, мнение экспертов

Рассмотрим задачу о согласовании мнений экспертов в следующей постановке.

- Имеется владелец проблемы - лицо, перед которым стоит задача выбора наилучших вариантов из заданного набора
  $A=\{a_1,a_2, \dots ,a_n\}$.
  Варианты выбора будем называть кандидатами, а владельца проблемы - организатором (голосования).
- Организатор привлекает для решения проблемы m экспертов (выборщиков), перед каждым из которых ставиться задача упорядочить кандидатов из A в соответствии с их предпочтениями, т.е. построить строгий линейный порядок R_i на A.
- Требуется построить процедуру согласования мнения выборщиков с учетом представлений организатора о “полезности” мнений выборщиков.

Хорошо известны различные подходы для согласования мнений m лиц $<R_1, \dots ,R_m>$, на основе которых формируется коллективный выбор $A^* \in A$ – так называемые принципы согласования типа “Упорядочение-Выбор”. Это принципы согласования с подсчетом очков (в частности правило относительного большинства и Борда), правило Кондорсе, другие принципы, состоятельные по Кондорсе, - правила Копленда и Симпсона.

created by free version of DocuFreezer

Эти принципы не учитывают представлений организатора о полезности мнений выборщиков.

Также известны подходы модификации этих принципов для учета такой полезности. Обычно они состоят в присвоении мнению каждого из экспертов коэффициента важности и умножении соответствующей оценки на этот коэффициент. Такой подход является эвристическим и не имеет строгого обоснования.

С другой стороны подобного рода задачи успешно решаются с применением разработанной В.В. Подиновским теории важности критериев. В этой теории формализовано понятие информации о сравнительной важности критериев как множество Ω сообщений ω двух типов: сообщений о равноважности пары критериев и сообщений о превосходстве в важности одного критерия над другим. Эти сообщения играют роль правил вывода, в соответствии с которыми для каждой векторной оценки может быть построен верхний и нижний конус (соответственно множество доминирующих и доминируемых векторных оценок). Сравнение пары вариантов-кандидатов:

$$aR^{\Omega}b \Leftrightarrow \exists z_1, z_2, \ldots, z_k : \quad aR^{\omega_1} z_1 R^{\omega_2} z_2 \ldots z_{k-1} R^{\omega_k} z_k R^{0} b. \qquad (1)$$

Причем $aP^{\Omega}b$ будет в том и только в том случае, если хотя бы одно из R^{ω_j} есть P^{ω_j} или R^0 есть P^0.

Эта теория может быть применена и для решения поставленной задачи.

Будем рассматривать задачу группового выбора как многокритериальную задачу принятия решения, в которой критериями являются мнения экспертов. Такие критерии, очевидно, однородны, т.е. они имеют общую шкалу *X={1,2,...,n}*. Значение по шкале - номер места, на которое эксперт поставил кандидата. (Однородность критериев - условие применимости теории важности критериев).

Победителем по предлагаемому принципу будет любой кандидат a, недоминируемый по отношению (1):

$$a\text{-победитель по правилу ИВМ} \Leftrightarrow \nexists x: \; xP^{\Omega}a.$$

Достоинства правила ИВМ:

1. возможность обоснованного учета информации о сравнительной важности мнений экспертов (т.к. используется аксиоматический подход);
2. если существует победитель по правилу Кондорсе, то он будет также и победителем по правилу ИВМ.

Недостатки правила ИВМ:

1. возможна большая мощность множества победителей;
2. сложный алгоритм определения победителей.

created by free version of DocuFreezer

Таким образом, правило ИВМ можно рекомендовать скорее не для выбора победителей, а для обоснованного отсева неприемлемых кандидатов.

Рассмотрим важный частный случай информации о сравнительной важности критериев – случай, когда мнения всех экспертов равноважны. Соответствующий принцип согласования назовем правилом РИВМ.

В рассматриваемом случае процедура сравнения пары кандидатов значительно упрощается. Вместо перебора цепочек вида (1) необходимо применить следующий алгоритм сравнения:

Построить

$$a' = \psi(a),\ b' = \psi(b)$$

, где ψ- процедура упорядочения компонент векторной оценки от наилучшей (1) к наихудшей (n).

$$aR^{\Omega}b \Leftrightarrow a'R^{0}b' \qquad (2)$$

Если учесть что, компоненты векторных оценок a' и b' в (2) упорядочены, то их сравнение по отношению Парето можно организовать иначе, отказавшись от трудоемкой процедура упорядочения вовсе. Обозначим через $a_i, b_i, i = 1,\dots,n$ количество значений i в векторных оценках a, b, т.е. количество выборщиков, которые поставили соответствующих кандидатов на i-е место. Тогда

$$aR^{\Omega}b \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 \geq b_1 \\ a_1 + a_2 \geq b_1 + b_2 \\ a_1 + a_2 + a_3 \geq b_1 + b_2 + b_3 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} \geq b_1 + b_2 + \dots + b_{n-1} \end{cases} \qquad (3)$$

Проверка системы неравенств (3) при нахождении множества недоминируемых по R^{Ω} кандидатов, т.е. победителей по данному принципу согласования, проводится последовательно от первого неравенства к последующим и может прерваться досрочно.

Замечание. Последнее неравенство $a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq b_1 + b_2 + \dots + b_n$ в (***) не вошло т.к. оно эквивалентно $n \geq n$.

В качестве иллюстрации рассмотрим классический пример, в котором победителем по правилу относительного большинства является кандидат a (8 выборщиков поставили его на 1-е место), при этом он является наименее предпочтительным для абсолютного большинства выборщиков (13 выборщиков). b- победитель по Борда. c- победитель по Кондорсе.

created by free version of DocuFreezer

Таблица 1

Распределение победителей по различным принципам согласования.

	3	5	7	6	(x1,x2,x3,x4)
1	a	a	b	c	a’’=(8,0,0,13) - победитель (8 в первом неравенстве) b’’=(7,9,5,0) - победитель (16 во втором неравенстве) c’’=(6,5,10,0)- победитель (21 в третьем неравенстве) d’’=(0,7,6,8) - проигрывает b и c по всем неравенствам
2	b	c	d	b	
3	c	b	c	d	
4	d	d	a	a	

Таким образом правило РИВМ отобрало всех победителей (a, b, c) по классическим правилам.

Метод Шульце - система голосования, разработанная в 1997 году Маркусом Шульце.

Сам М. Шульце называет её «**методом разъезженного пути**. Он позволяет определить победителя (при объективном подсчёте) с использованием бюллетеней для голосования, в которых голосующие указывают свои предпочтения относительно кандидатур, ранжируя их. Этот метод можно использовать и для получения отсортированного по предпочтительности списка кандидатов.

Этот метод удовлетворяет критерию Кондорсе

Основная идея эвристики пути — концепция *косвенных побед*, так называемых *путей*.

Если при парном сравнении кандидат C(1) побеждает C(2), кандидат C(2) побеждает C(3), кандидат C(3) побеждает C(4), …, и C(n-1) побеждает C(n), то мы можем говорить, что существует *путь* от кандидата C(1) к кандидату C(n). Чем больше голосующих предпочитают первого кандидата второму кандидату, тем сильнее победа первого над вторым. Силой пути C(1),…,C(n) является слабейшая парная победа одного кандидата над другим в этой последовательности.

created by free version of DocuFreezer

	d[*,A]	d[*,B]	d[*,C]
d[A,*]	-	**71**	34
d[B,*]	28	-	**62**
d[C,*]	**66**	36	-

Жирным выделены значения d[X,Y]>d[Y,X]. Как видно из таблицы, в этом примере каждому кандидату предпочитается другой кандидат — имеет место парадокс Кондорсе. Однако сила предпочтения различается. Предпочтение, отдаваемое кандидату A перед кандидатом B, больше предпочтения, отдаваемого кандидату C перед кандидатом A. И согласно описанной выше процедуре он будет признан победителем по методу Шульце.

Литература

1. *Алексеев Н.С., Осипова В.А.* Теория принятия решений - М.:Изд-во МАИ-Принт,20102.

2.*Ларичев О.И.* Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах - М.: Логос, 2010

3. *Миркин Б.Г.* Проблема группового выбора - М: Наука, 1974

4.*Подиновский В.В.* Аксиоматическое решение проблемы оценки важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений // Современное состояние теории исследования операций / Под ред. Н.Н. Моисеева. М.: Наука, 1979.

created by free version of DocuFreezer